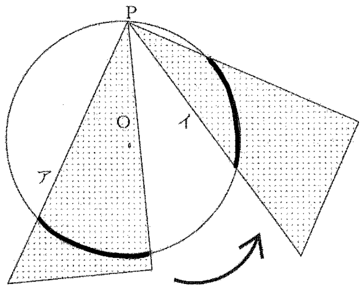
３年６章　円　「円周角と弧」

１　問題と問題の意図

＜問題１＞

右の図のように，円周上に点Ｐをとる。点Ｐに頂点がくるようアの位置に三角定規を置く。次にイの位置まで点Ｐを中心に三角定規を回転させる。このとき，円周と三角定規が重なってできる弧の長さは変わるだろうか。



＜問題の意図＞

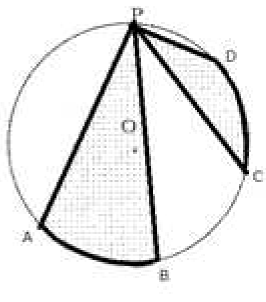
円周角と弧の関係は，直観的に理解しやすい。しかし，その理由を問われると，説明に苦労する生徒は少なくない。そこで，円に定規を置いて回転させたときにできる２つの弧の長さを調べる活動を通して，円周角と中心角，弧の長さの関係を見出し，証明できることを理解させたい。

２　本時の目標

１つの円における円周角と中心角，弧の長さの関係を見出し，証明できることを知る。

３　授業の流れ

(1) 次のように段階的に説明をしながら図を板書していき，ノートにもかかせる。



①円Ｏをかき，円周上に点Ｐをとる。

②点Ｐに三角定規の頂点（30°の部分）を合わせてアの位置に置き，点Ｐから２辺をなぞらせる。

③点Ｐを中心に三角定規を回転させ，イの位置に移動し同様になぞらせる。

④円周と定規の重なった弧の部分を色分けし，記号Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを付ける。

図をかき終えた後，「弧の長さは変わるだろうか」と板書し，＜問題１＞を提示する。ノートに問題をかせることには，「興味関心を高めながら問題を理解させる」「見通しをもたせる段階で弦の長さを測るなどの操作活動に反映させる」という意図がある。

(2) 予想をさせると，多くの生徒が「変わらない」と答える。そこで，「どうすれば確かめられるだろう」と発問すると，「弧の長さを求めるとよい」という考えが出され，それを課題にする。

(3) 少しの時間各自で考えさせると，弧の長さを求める上で円の半径と中心角が必要であることに気付く。円の半径はわからないのでｒ㎝とし，中心角につい

ては，円周角の定理を使った考えで60°と生徒から出てくる。

弧の長さを求める式と答えを全体で確認し，＜問題１＞の答えが「変わらない」であることを確認する。

$\overset{\frown}{AB}=2\pi r\times\dfrac{60}{360}=\dfrac{1}{3}\pi r$　　　　$\overset{\frown}{CD}=2\pi r\times\dfrac{60}{360}=\dfrac{1}{3}\pi r$

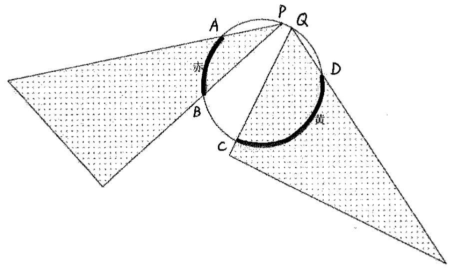
その上で，「円周角が等しい⇒中心角が等しい⇒弧の長さが等しい」という流れを確認する。その後，２つの円周角が20°の場合，40°の場合の弧の長さをそれぞれ簡単に確認し，まとめにつなげる。

(4) ＜まとめⅠ＞「１つの円で，等しい円周角に対する弧は等しい」を板書する。次に「＜まとめⅠ＞の逆は成り立つか」と発問すると，多くの生徒が「成り立つ」と答える。「弧の長さが等しい⇒中心角が等しい⇒円周角が等しい」を順にたどり確認する。＜まとめⅠ＞に「逆も成り立つ」を付け加える。

(5) ＜問題１＞と同じように段階的に説明をしながら＜問題２＞を板書していき，ノートにもかかせる。最後に「$\overset{\frown}{CD}$の長さは$\overset{\frown}{AB}$の長さの何倍？」と板書する。

＜問題２＞

右の図のように２つの三角定規を置く。$\overset{\frown}{CD}$の長さは$\overset{\frown}{AB}$の長さの何倍ですか。



(6) すぐに個人思考に入ると，多くの生徒が「２倍」と予想し，それぞれの弧の長さを求め，確かめる。

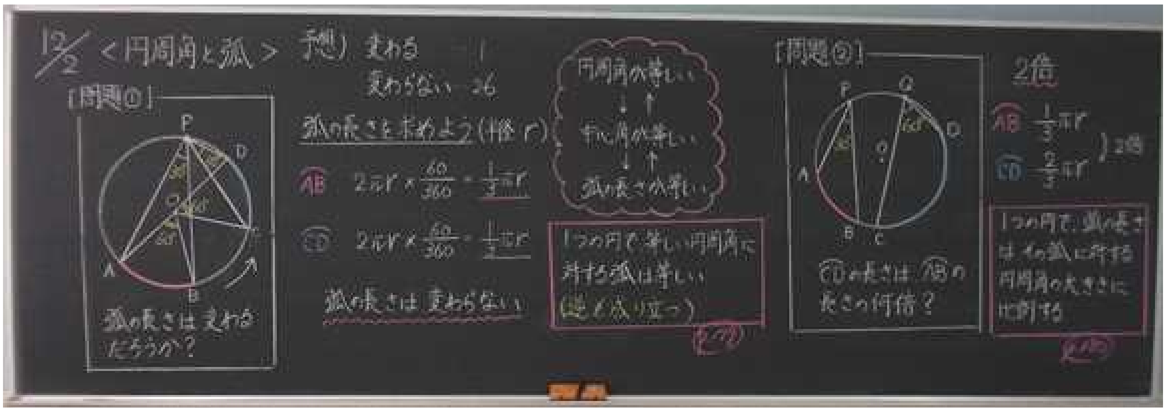
＜問題１＞で使用した式を用いて$\overset{\frown}{AB}$と$\overset{\frown}{CD}$の長さを全体で確認し，＜問題２＞の答えが「２倍」であることを確認する。その後，円周角が30°と90°，30°と120°の場合の弧の長さを全体で簡単に確認し，まとめにつなげる。

(7) 円周角が２倍，３倍…になると，弧の長さも２倍，３倍…になることから，＜まとめⅡ＞「１つの円で，弧の長さは，その弧に対する円周角の大きさに比例する」を板書する。

本時の学習内容を振り返った後，タイトル「円周角と弧」を板書し，教科書で「円周角と弧」の証明と定理を確認する。最後に練習問題で理解の定着を図る。

文責：松島善朗（鷹栖町立鷹栖中学校）2019.12

板書例



12/2 <円周角と弧>
[問題①]
P
D
A
B
弧の長さは変わるだろうか？
予想）変わる 1
変わらない 26
弧の長さを求めよう（半径 r）
$\overset{\frown}{AB}$ $2\pi r \times \frac{60}{360} = \frac{1}{3}\pi r$
$\overset{\frown}{CD}$ $2\pi r \times \frac{60}{360} = \frac{1}{3}\pi r$
弧の長さは変わらない
円周角が等しい
中心角が等しい
弧の長さが等しい
1つの円で等しい円周角に対する弧は等しい
（逆も成り立つ）
[問題②]
P
Q
D
A
O
B
C
$\overset{\frown}{CD}$の長さは$\overset{\frown}{AB}$の長さの何倍？
2倍
$\overset{\frown}{AB}$ $\frac{1}{3}\pi r$
$\overset{\frown}{CD}$ $\frac{2}{3}\pi r$
2倍
1つの円で、弧の長さはその弧に対する円周角の大きさに比例する